

Universidad Técnica de Oruro
Facultad Cs. Económicas, Financieras y Administrativas
ECONOMÍA e INGENIERÍA COMERCIAL

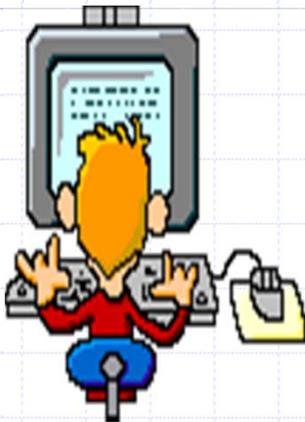
COSTO ANUAL EQUIVALENTE CAE

Carlos Bernal Altamirano

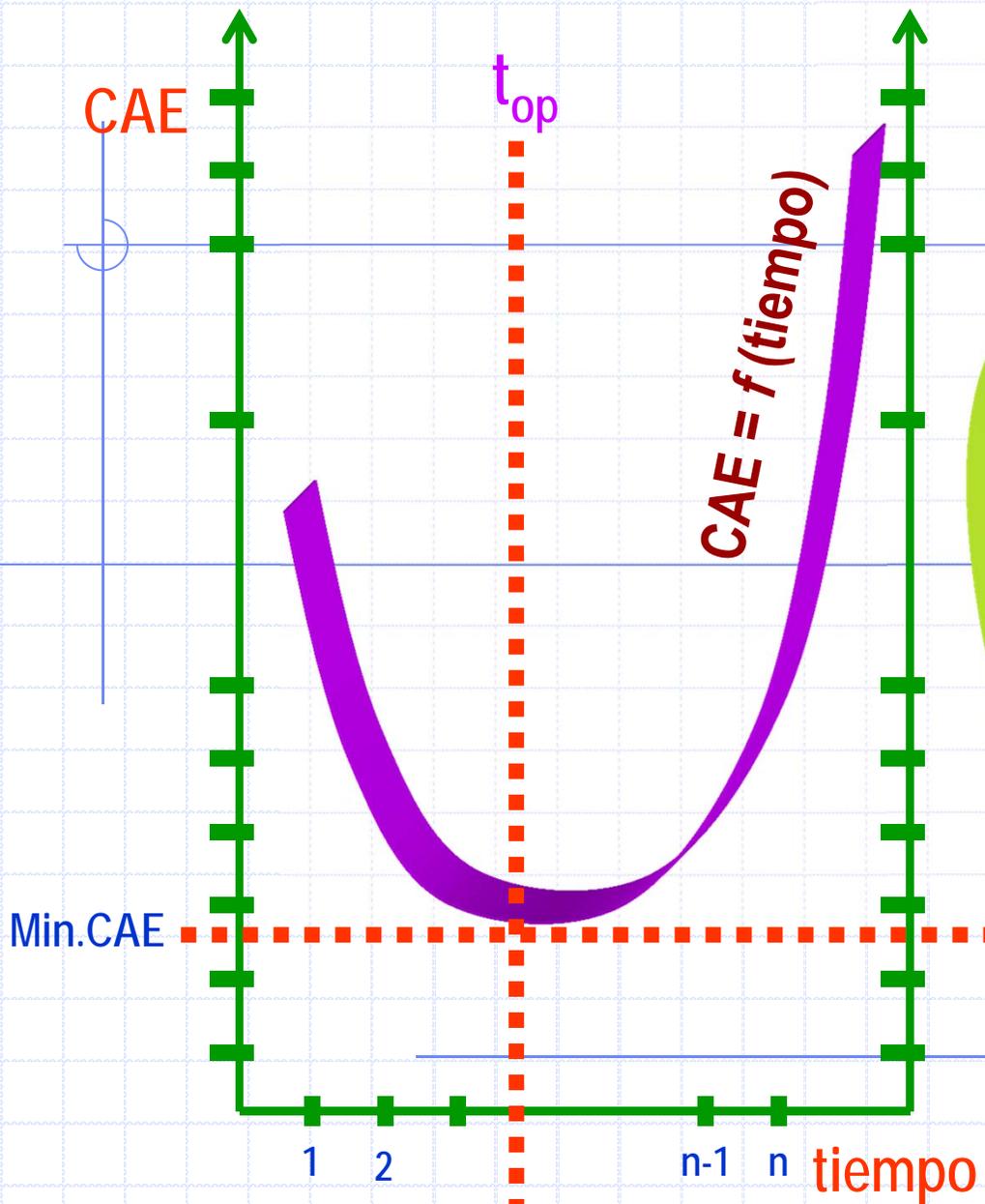
Master en Gerencia y Gestión de Proyectos

carlos.bernal.altamirano@gmail.com

carlos_bernal_altamirano@yahoo.es



Working Paper N 01
First version: 2007-01-25



CAE

Min.CAE

Min.CAE

1

2

n-1

n

tiempo

t_{top}

$CAE = f(tiempo)$

COSTO ANUAL EQUIVALENTE CON INVERSIONES DE VIDA ÚTILES DISTINTAS



CAE

1. Concepto del CAUE
2. Métodos de cálculo del CAUE
3. Comparación de alternativas por el CAUE
4. CAUE de una inversión con vida útil perpetua

1. Concepto del CAUE

- ◆ El **CAUE** es un método usado para comparar alternativas de inversión. El **CAUE** significa que todos los desembolsos irregulares y uniformes deben convertirse en un **CAUE**, es decir, una cantidad de fin de año que es la misma cada año.
- ◆ El **CAUE** solo debe calcularse para un ciclo de vida útil, porque es una equivalencia sobre la vida útil del proyecto.
- ◆ Si el proyecto continúa operando por más de un ciclo, el **CAE [=CAUE]** para el siguiente ciclo y todos los ciclos de operación subsiguientes es exactamente el mismo que para el primero, para todo **FC igual** para cada ciclo.
- ◆ El **CAUE** permite seleccionar la mejor alternativa de varias con base en una comparación anual.
- ◆ La alternativa seleccionada por el **CAUE** es la misma si se aplica el **VAN**, solo que por diferente modelamiento matemático.

Ventaja del **CAUE**

En este método del **CAUE [=CAE]** no es necesario la comparación sobre el mismo número de años cuando las alternativas tienen diferentes vidas útiles, como sucede cuando se aplica para el mismo propósito de selección, el **VAN**.

Cuando se aplica la técnica del **VAN** y comparar diferentes alternativas, se debe trabajar con el **MENOR MÚLTIPLO COMÚN** (*mínimo común múltiplo*) de las vidas útiles de cada alternativa de inversión, para uniformar las mismas.

MÉTODOS DE CÁLCULO DEL CAE



Métodos de cálculo del CAE:

- Método del fondo de amortización de salvamento*
- Método del valor presente de salvamento*
- Método de recuperación del capital más intereses*
- Método de beneficios y costes uniformes*
- Método de la cadena de reposición*
- Método de beneficios uniformes y costes diferenciales*

Método de fondo de amortización de salvamento

- ◆ En este método, el costo inicial (P) se convierte primero en un **CAUE** utilizando como factor el ${}_nFRC_i$. El valor de salvamento (**VS**) después de la conversión a un costo uniforme equivalente por medio del factor del fondo de amortización (${}_nFFA_i$), se resta del **CAUE** del costo inicial

$$CAUE = P * {}_nFRC_i - VS * {}_nFFA_i$$

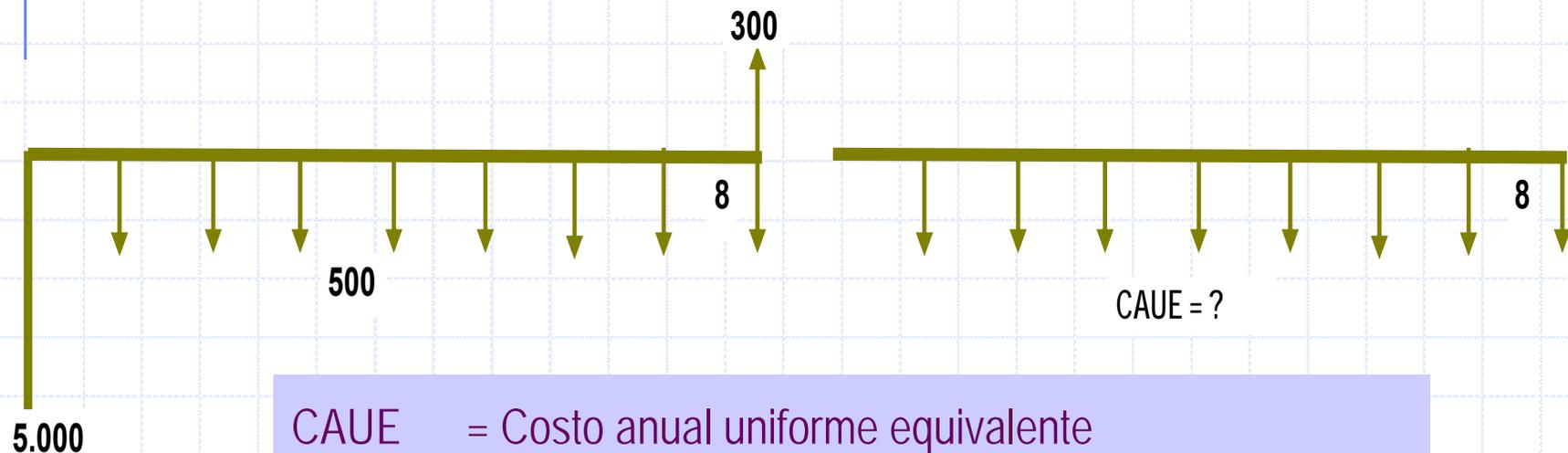
implica anualizar

$$CAUE = P \left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right] - VS \left[\frac{i}{(1+i)^n - 1} \right]$$

FFA = fondo de amortización única. Ecuación del valor presente por pago único

Aplicación numérica 1 de contrastación.

Calcular el **CAUE** de una máquina que tiene un costo inicial de 5.000 \$us. y un $VS = 300$ después de 8 años. Los CAO de la máquina son 500 \$us. y la tasa de interés del 10%. **Resuelva aplicando el Método del fondo de amortización de salvamento.**



CAUE = Costo anual uniforme equivalente
VS = Valor de salvamento
CAO = Costo anual de operación

P	=	5.000	costo inicial
VS	=	300	valor de salvamento
CAO	=	500	costo anual de operación
i	=	10%	tasa de interés
n	=	8	vida útil

El CAO se expresa como costo de mantenimiento y por tanto sus conversiones NO son necesarias.

$$CAUE_{10\%} = 5.000 \left[{}_8 FRC_{0.1} \right] - 300 \left[{}_8 FFA_{0.1} \right] + \text{costo mntto.}$$

$$CAUE_{10\%} = 5.000 \left[\frac{(1.1)^8 * 0.1}{(1.1)^8 - 1} \right] - 300 \left[\frac{0.1}{(1.1)^8 - 1} \right] + 500$$

$$CAUE_{10\%} = 910,9 + 500 = 1410,9 \text{ \$us}$$

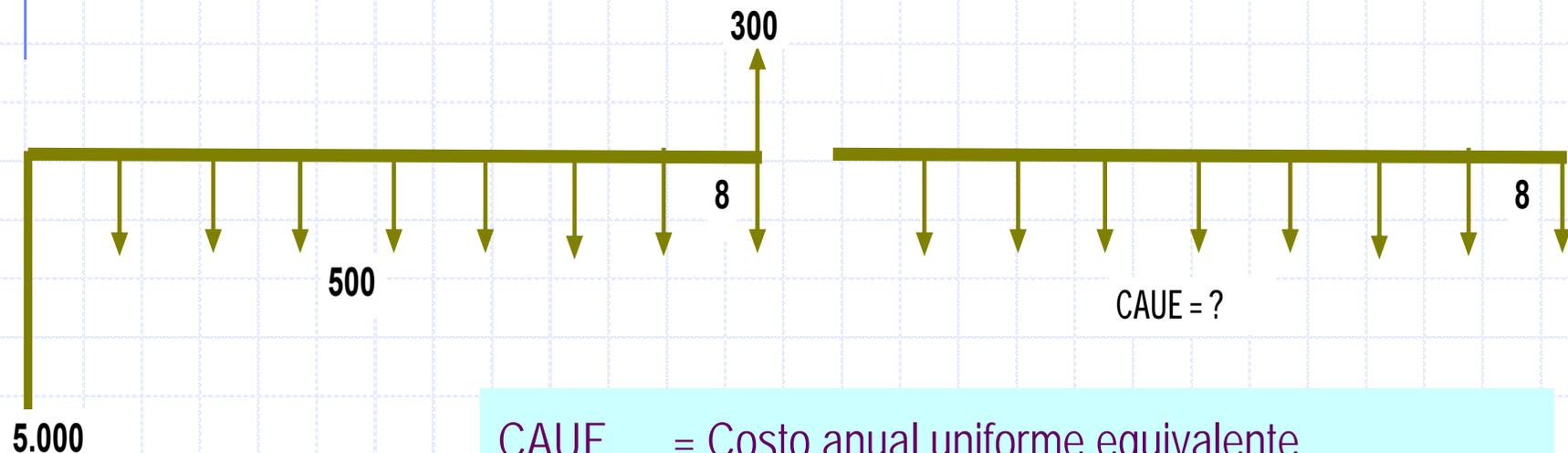
Método del valor presente (actual) de salvamento

Este método considera que los costos de inversión que son valores de salvamento pueden convertirse a un **CAUE**. El valor presente del **VS** se resta del costo inicial de inversión y la diferencia resultante se anualiza para la vida útil del activo.

$$CAUE = \left[P - VS * {}_n F A_i \right] * {}_n F R C_i$$

Aplicación numérica 2 (idem. anterior) de contrastación.

Calcular el **CAUE** de una máquina que tiene un costo inicial de 5.000 \$us. y un VS = 300 después de 8 años. Los CAO de la máquina son 500 \$us. y la tasa de interés del 10%. **Resuelva aplicando el Método del valor presente (VA) de salvamento.**



CAUE = Costo anual uniforme equivalente
VS = Valor de salvamento
CAO = Costo anual de operación

P	=	5.000	costo inicial
VS	=	300	valor de salvamento
CAO	=	500	costo anual de operación
i	=	10%	tasa de interés
n	=	8	vida útil

$$CAUE_{10\%} = [5.000 - 300 \cdot {}_8FA_{0.1}] * {}_8FRC_{0.1} + 500$$

$$CAUE_{10\%} = \left[5.000 - 300 \left[\frac{1}{(1.1)^8} \right] \right] * \frac{0.1 * (1.1)^8}{(1.1)^8 - 1} + 500$$

$$CAUE_{10\%} = 910,9 + 500 = 1.410,9 \text{ \$us}$$

Método de recuperación de capital más intereses

Para calcular el **CAUE** de un activo, mediante el método de recuperación de capital más interés, se aplica:

$$CAUE = [P - VS]_n FRC_i + VS \times i$$

anualizado

Se reconoce que se recuperará el valor de salvamento si se resta el valor de salvamento del costo de la inversión antes de multiplicar por el factor ${}_n FRC_i$. Sin embargo, el hecho de que el **VS** no se recuperará para "n" años debe tenerse en cuenta al sumar el interés ($VS \times i$) perdido durante la vida útil del activo. Al no incluir este término, se supone que el **VS** se obtuvo en el año cero en vez del año n.

Aplicación numérica 3 (idem. anteriores) de contrastación.

Calcular el **CAUE** de una máquina que tiene un costo inicial de 5.000 \$us. y un VS = 300 después de 8 años. Los CAO de la máquina son 500 \$us. y la tasa de interés del 10%. **Resuelva aplicando el Método de recuperación de capital más intereses.**



P	=	5.000	costo inicial
VS	=	300	valor de salvamento
CAO	=	500	costo anual de operación
i	=	10%	tasa de interés
n	=	8	vida útil

$$CAUE_{10\%} = [5.000 - 300] {}_8FRC_{0.1} + 300(0.1) + 500$$

$$CAUE_{10\%} = [4.700] \times \frac{(1.1)^8 * 0.1}{(1.1)^8 - 1} + 30 + 500$$

$$CAUE_{10\%} = 1.410,9 \text{ \$us}$$

Método de beneficios y costos uniformes

Este método considera que los costos de inversión y los costos de operación se puedan convertir (anualizar) en **VAC** (valor actual de costos) aplicando el $\sum_j FAS_k$ e incorporando el valor actualizado del **VS** (valor de salvamento).

Luego se obtiene el valor anualizado del **CAE** mediante el producto del valor absoluto del **VAC** con el $\sum_j FRC_k$.

$$VAC_{k,\%} = -I_0 - \overline{Cop} * FAS + \frac{VS}{(1+k)^N} \quad \forall \overline{Cop} \mid j = 1, 2, \dots, N$$

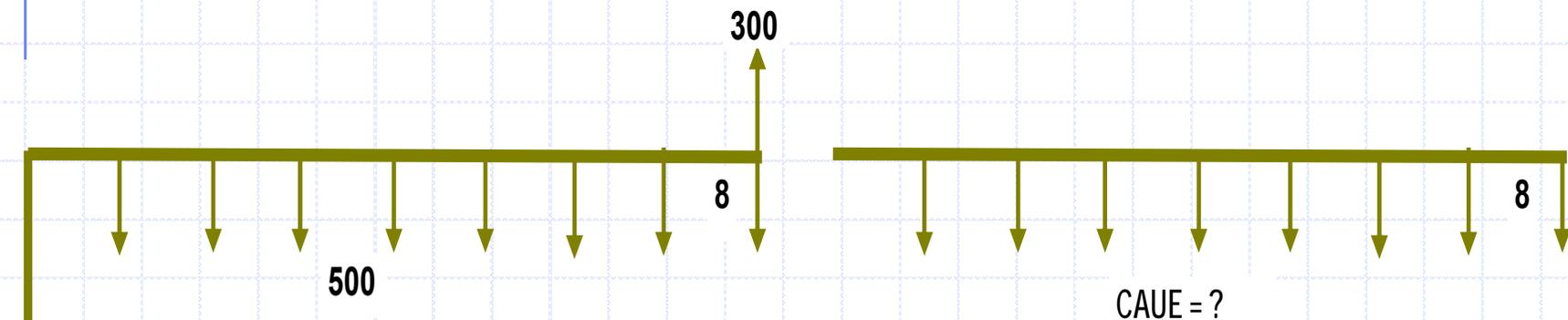
$$VAC_{k,\%} = -I_0 - \overline{Cop} * \left[\frac{(1 - (1+k)^{-j})}{k} \right] + \frac{VS}{(1+k)^N}$$

$$CAE = |VAC| * FRC$$

$$CAE = |VAC| * \frac{k}{1 - (1+k)^{-j}} = |VAC| * \frac{(1+k)^j * k}{(1+k)^j - 1}$$

Aplicación numérica 4 (idem. anteriores) de contrastación.

Calcular el **CAUE** de una máquina que tiene un costo inicial de 5.000 \$us. y un VS = 300 después de 8 años. Los CAO de la máquina son 500 \$us. y la tasa de interés del 10%. **Resuelva aplicando el Método de beneficios y costos uniformes.**



CAUE = Costo anual uniforme equivalente
VS = Valor de salvamento
CAO = Costo anual de operación

P	=	5.000	costo inicial
VS	=	300	valor de salvamento
CAO	=	500	costo anual de operación
i	=	10%	tasa de interés
n	=	8	vida útil

$$VAC_{10\%} = -5.000 - 500 * {}_8FAS_{0.1} + \frac{300}{(1.1)^8}$$

$$VAC_{10\%} = -5.000 - 500 * \frac{(1.1)^8 - 1}{0.1 (1.1)^8} + \frac{300}{(1.1)^8}$$

$$VAC_{10\%} = -7.527,51$$

$$CAE_{10\%} = \left| -7.527,51 \right| \frac{0.1}{1 - (1 + 0.1)^{-8}} = 1.410,9$$

$$CAE_{10\%} = 1.410,9 \text{ \$us}$$

Aplicación numérica 5 de contrastación.

Una entidad pública pretende ejecutar la construcción de un camino en 51.2 mil \$us, que implicará un mntto. de 11.6 mil \$us y una vida útil de 16 años. También podría construir un puente en 57.6 mil \$us que implica un mntto. de 10.0 mil \$us y una vida útil de 12 años, o alternatively construir un sistema de electrificación que implicará una inversión de 68.0 mil \$us. con un costo de operación de 7.6 mil \$us y una vida útil de 9 años.

La entidad pública tiene **RACIONAMIENTO DE CAPITAL** (restricción) y como consecuencia de ello, los proyectos se convierten en **PROYECTOS MUTUAMENTE EXCLUYENTES**.

Que proyecto se debe ejecutar, si el costo del capital es del 16%.

Resuelva aplicando el Método de beneficios y costos uniformes.

Proyectos mutuamente excluyentes por racionamiento de capital

	Inversión	Costo Operación (mntto.)	Vida útil del proyecto
Proyecto C [=Camino]	51.2	11.6	16
Proyecto P [=Puente]	57.6	10.0	12
Proyecto E [=Electrificación]	68.0	7.6	9

$K = 16\%$

$$VAC_C = -51.2 - 11.6_{16} FAS_{.16} = -116.9$$

$$VAC_P = -57.6 - 10_{12} FAS_{.16} = -109.6$$

$$VAC_E = -68 - 7.6_9 FAS_{.16} = -103.0 \quad \checkmark$$

$$CAE_C = |VAC_C| *_{16} FRC_{.16} = 116.9 (0.176414) = 20.6 \quad \checkmark$$

$$CAE_P = |VAC_P| *_{12} FRC_{.16} = 109.6 (0.195415) = 21.1$$

$$CAE_E = |VAC_E| *_{9} FRC_{.16} = 103.0 (0.217082) = 22.4$$

Método de beneficios uniformes y costes diferenciales

Este método al igual que los anteriores constituye base para selección, considerando el **VAC** (valor presente de los costos) mediante el $jFAS_k$ y el **CAE** a través del $jFRC_k$.

Min. CAE (=CAUE)

Asimismo, este indicador en cociente con una unidad métrica representativa permite obtener el Costo de Eficiencia (**CE**) y compararla con un **PCE**

Min. CE

$$CE = \frac{CAE}{Kw - h}$$

CE ± 15% del PCE
PCE = Parámetro Costo de Eficiencia

$$VAC_{k,\%} = -I_0 - \overline{Cop} * {}_j FAS_k + \frac{VR}{(1+k)^N} \quad \forall \overline{Cop} \mid j = 1, 2, \dots, N$$

$$VAC_{k,\%} = -I_0 - \overline{Cop} * \left[\frac{(1 - (1+k)^{-j})}{k} \right] + \frac{VR}{(1+k)^N}$$

$$VAC_{k,\%} = -I_0 - \sum_{j=1}^N \frac{Cop}{(1+k)^j} + \frac{VR}{(1+k)^N}$$

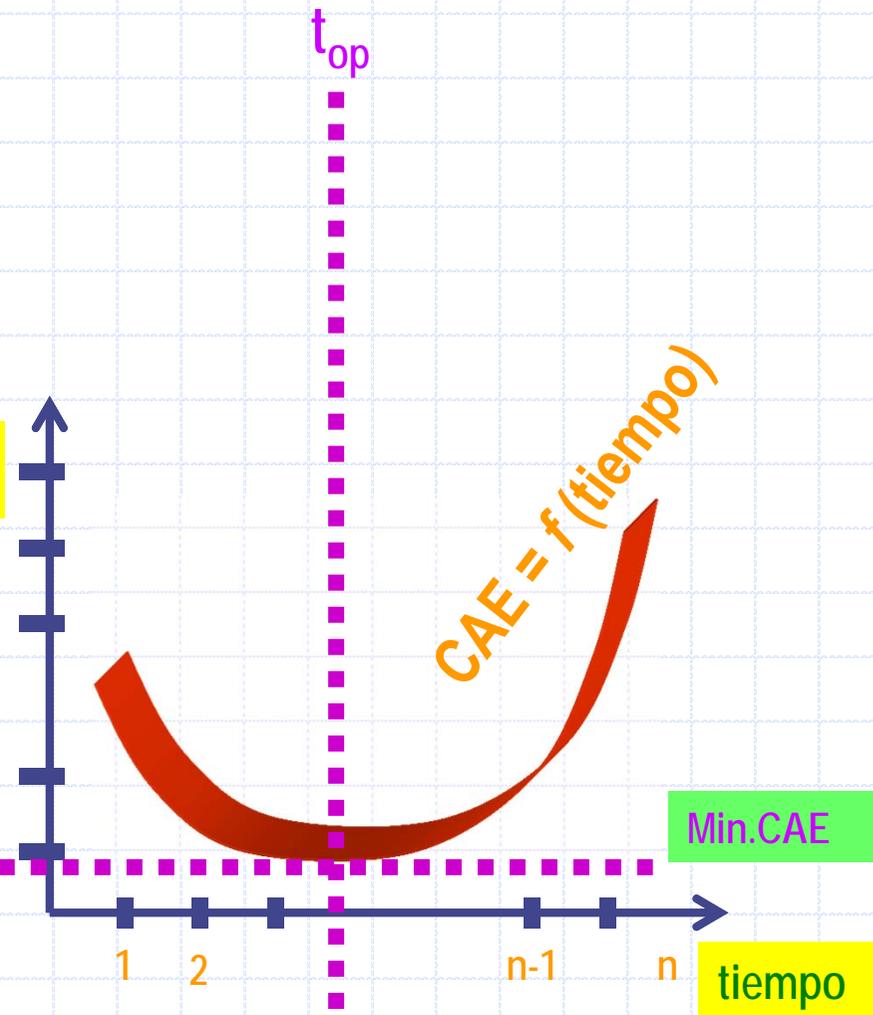
$$CAE = |VAC| * {}_j FRC_k$$

$$CAE = |VAC| * {}_j FRC_k$$

CAE

$$CAE = |VAC| * \frac{k}{1 - (1 + k)^{-j}}$$

Min.CAE

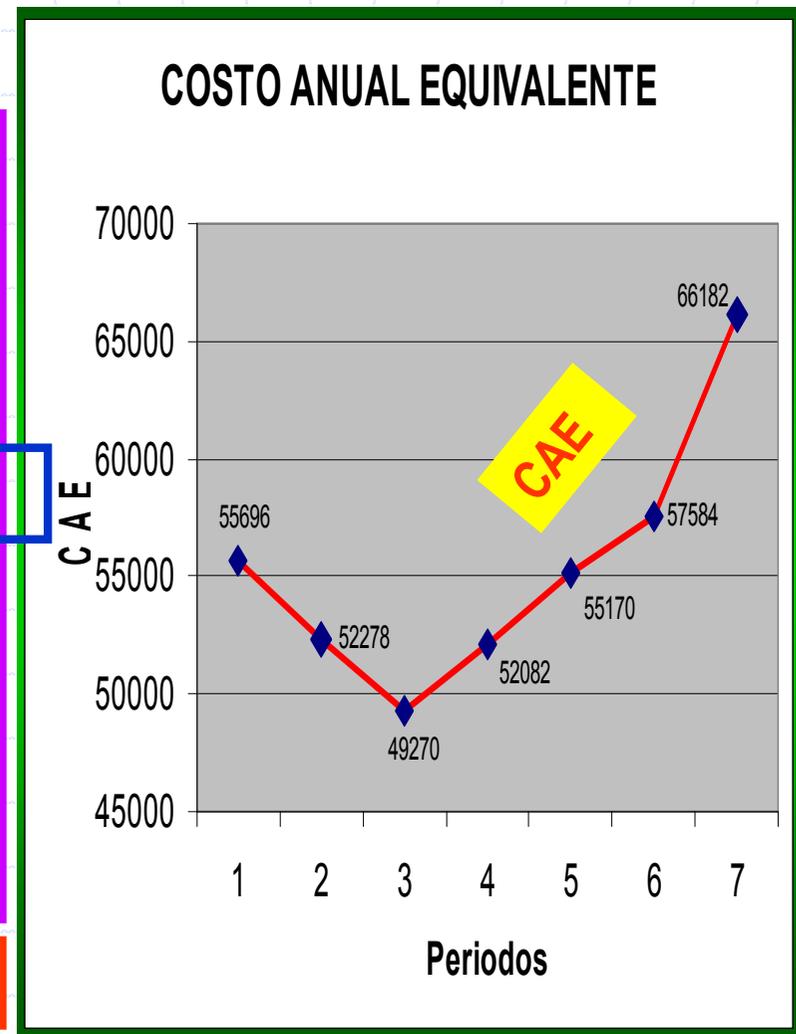


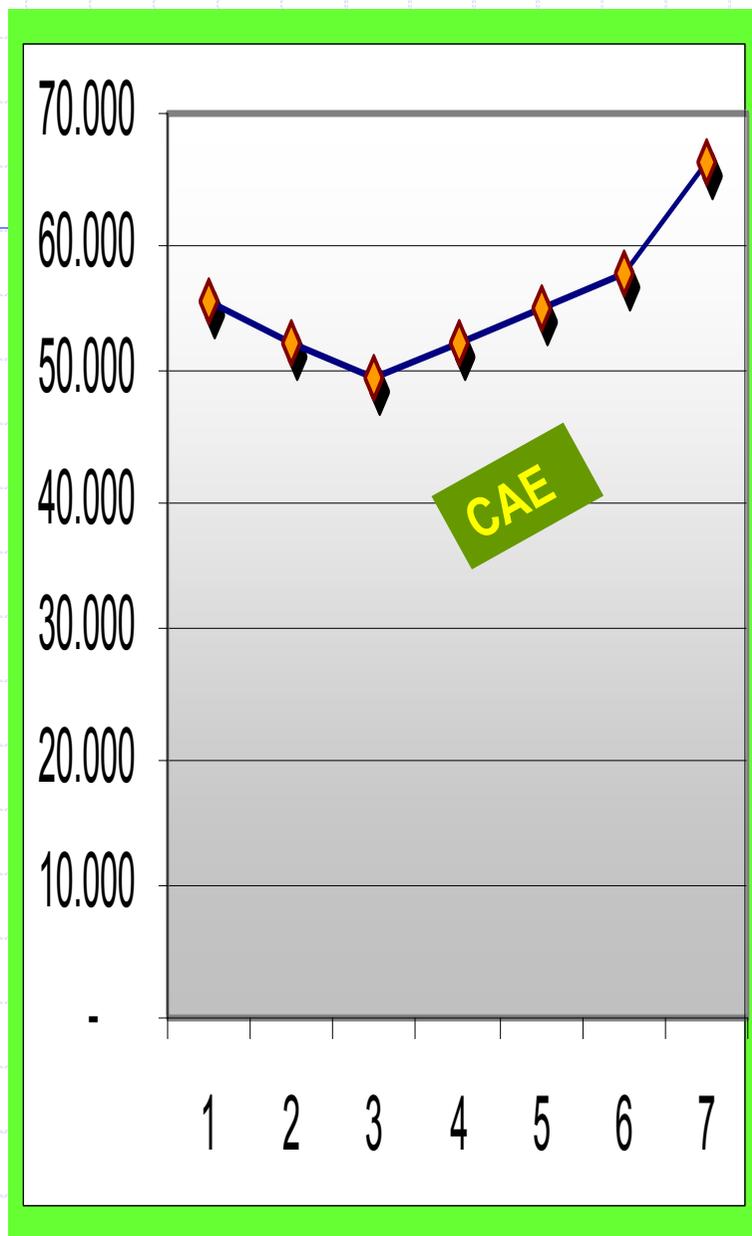
curva del CAE con tendencia parabólica
 rendimientos crecientes (pendiente negativa de la curva del CAE). economías
 rendimientos decrecientes (pendiente positiva de la curva del CAE). diseconomías
 rendimientos constantes (pendiente neutra de la curva del CAE). economías a escala

Tendencia y comportamiento de la curvatura del CAE

Años	Inversión	Cop Costo Operación Anual	VR Valor Residual	VAC Valor Actual de los Costos	CAE Costo Anual Ecuivalente
1	155.000	30.560	140.000	-51.571	55.696
2	155.000	33.616	132.000	-93.226	52.278
3	155.000	35.969	128.000	-126.974	49.270
4	155.000	41.005	112.000	-172.504	52.082
5	155.000	47.566	94.000	-220.280	55.170
6	155.000	56.127	83.000	-266.205	57.584
7	155.000	72.966	55.000	-344.569	66.182

Tasa : 8





CAE

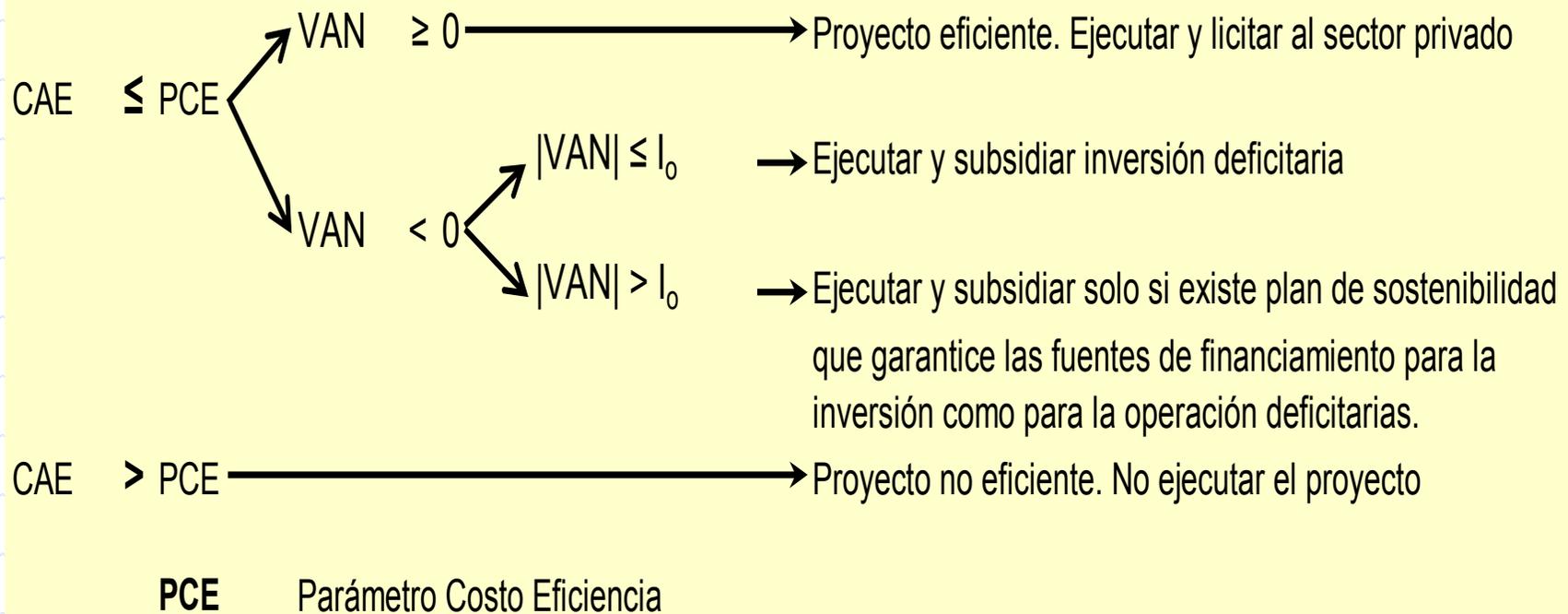
500	INVERSION
60	COSTO DE OPERACIÓN
100	VALOR DE SALVAMENTO
10	TASA DE INTERES
4	TIEMPO

VAC = -621,89

CAE = 196,19

Criteriología para toma de decisiones con el CAE

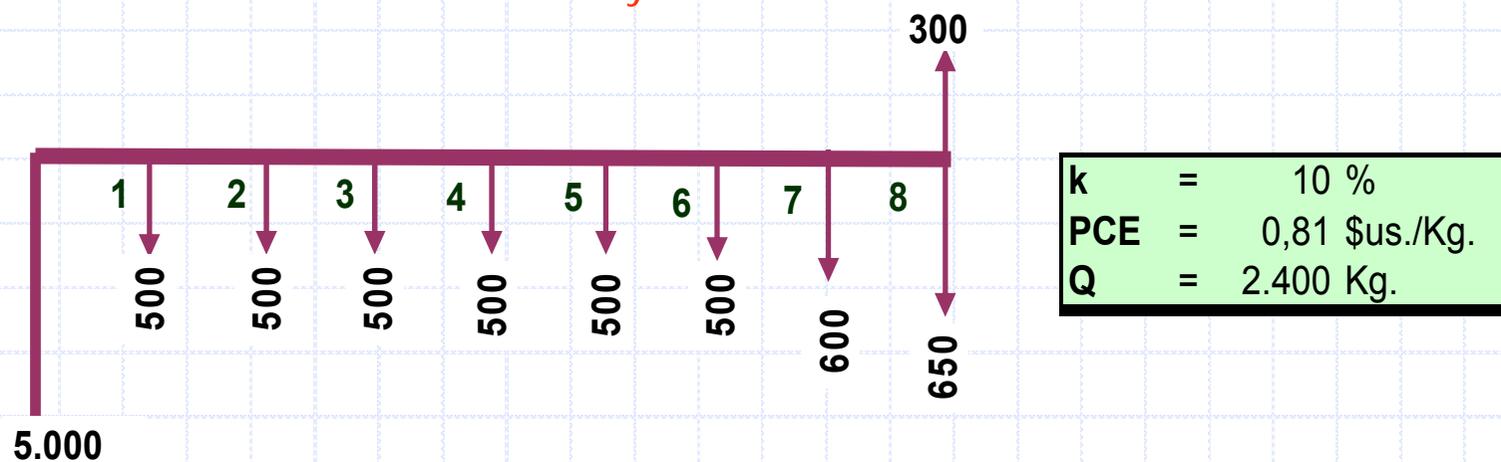
toma de decisiones técnicas

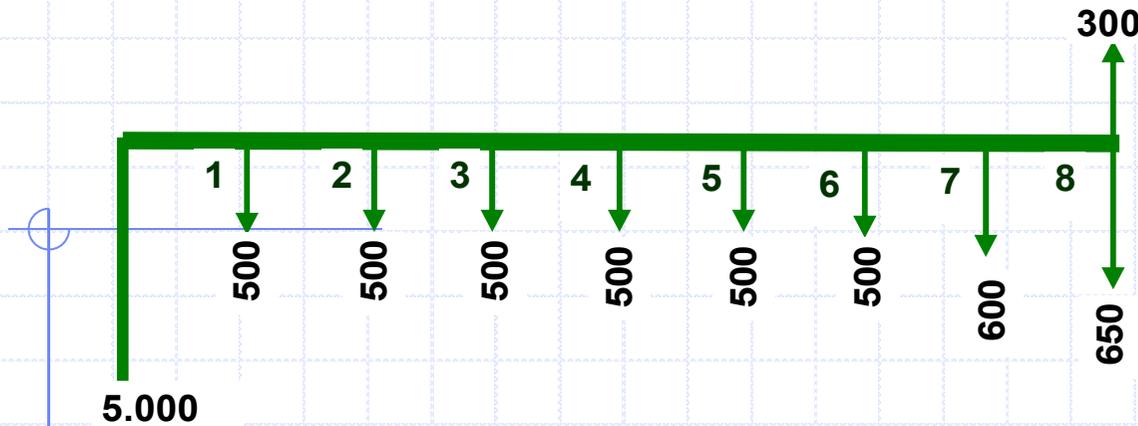


Aplicación numérica 6 de contrastación.

Calcular el **CAE** de una máquina que tiene un costo inicial de 5.000 \$us. y un valor de salvamento (VS) de 300 \$us. después de 8 años. Los costos anuales de operación (CAO) de la máquina son 500 \$us. durante los 6 primeros años, 600 \$us. y 650 \$us. en el 7mo. y 8vo. año de operación.

La tasa de interés es del 10%, la máquina producirá 2.400 Kg. de tornillos de acuerdo a su capacidad, y el PCE es de 0,81 \$us./Kg. **Resuelva aplicando el Método de beneficios uniformes y costes diferenciales.**





k	=	10 %
PCE	=	0,81 \$us./Kg.
Q	=	2.400 Kg.

$$VAC_{10\%} = -5.000 - 500 * \frac{(1.1)^6 - 1}{0.1 (1.1)^6} - \frac{600}{(1.1)^7} - \frac{650}{(1.1)^8} + \frac{300}{(1.1)^8}$$

$$VAC_{10\%} = -7.648,8$$

$$CAE = |-7.648,8| \frac{0.1}{1 - (1 + 0.1)^{-8}} = 1.433,7 \text{ $us.}$$

$$CAE_{\text{unit.}} = CE = \frac{CAE}{Q} = \frac{1.433,7 \text{ $us.}}{2.400 \text{ Kg.}} = 0,60 \text{ $us./Kg.}$$

$$CAE \leq PCE$$

$$0,60 \left[\frac{\text{\$us.}}{\text{Kg.}} \right] < 0,81 \left[\frac{\text{\$us.}}{\text{Kg.}} \right]$$

Aplicación general

Aplicación numérica y cálculo de métricas de evaluación de inversiones:

Se pretende invertir 850 \$us. en la compra de una computadora (PC), para lo cual se obtendría un crédito a una tasa de interés del 10% y plazo de 4 años.

O se podría depositar 850 \$us. al 10% anual de intereses, retirar los intereses ganados cada año y retirar el capital + los intereses al final del 4to.año.

Calcule las siguientes métricas → para efectuar una correcta toma de decisiones técnicas.

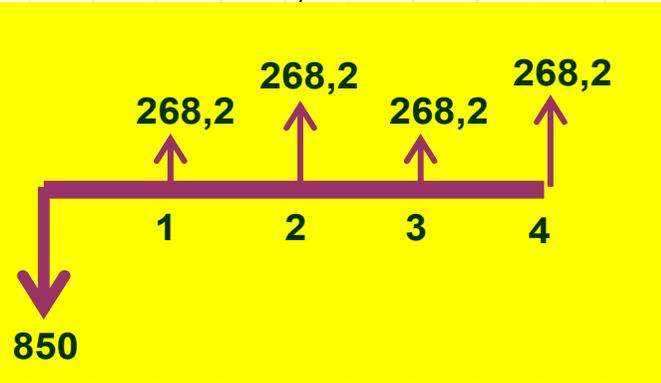
FC_j	=	?
TIR	=	?
VAN_{TIR}	=	?
$VAN_{10\%}$	=	?
$VAN_{8\%}$	=	?
TUR_{TIR}	=	?
$TUR_{10\%}$	=	?
$TUR_{15\%}$	=	?
$TUR_{8\%}$	=	?
RBC_{TIR}	=	?
$RBC_{8\%}$	=	?
CAE_{TIR}	=	?
$CAE_{15\%}$	=	?
$CAE_{8\%}$	=	?

$$FC_j = 850 * {}_4FRC_{0,1}$$

$$FC_j = 850 * \left[\frac{i}{(1+i)^n - 1} + i \right]$$

$$FC_j = 850 * \left[\frac{0,1}{(1,1)^4 - 1} + 0,1 \right]$$

$$FC_j = 268,2$$



$$TIR = 10,00\%$$

$$VAN_{TIR} = VAN_{10\%} = 0$$

$$VAN_{10\%} = -850 + 268,2 * {}_4FAS_{0,1}$$

$$VAN_{10\%} = 0,00 \$$$

$$VAN_{8\%} = -850 + 268,2 * {}_4FAS_{0,08}$$

$$VAN_{8\%} = 38,3 \$$$

La TIR hace que el $VAN_{TIR} = 0$, la $RBC_{TIR} = 1$, se alcance un precio de equilibrio, la TUR_{TIR} sea = a la TIR, y el $CAE_{TIR} = 0$.

$$TUR_{TIR} = \sqrt[4]{\frac{268,2(1,1)^3 + 268,2(1,1)^2 + 268,2(1,1) + 268,2}{\left| -\frac{850}{(1,1)^0} \right|}}$$

$$TUR_{TIR} = TUR_{10\%} = 10,00 \% = TIR$$

$$TUR_{15\%} = 12,03 \%$$

$$TUR_{8\%} = 9,19 \%$$

$$RBC_{TIR} = \frac{VAN + I_0}{I_0} = \frac{0 + 850}{850} = 1$$

$$RBC_{8\%} = \frac{38,3 + 850}{850} = 1,05$$

$$CAE_{TIR} = CAE_{10\%} = 0$$

$$VAC_{10\%} = -850 - 268,2 * {}_4FAS_{0,1} = 0$$

$$CAE_{TIR} = CAE_{10\%} = 0,0 * {}_4FRC_{0,1} = 0$$

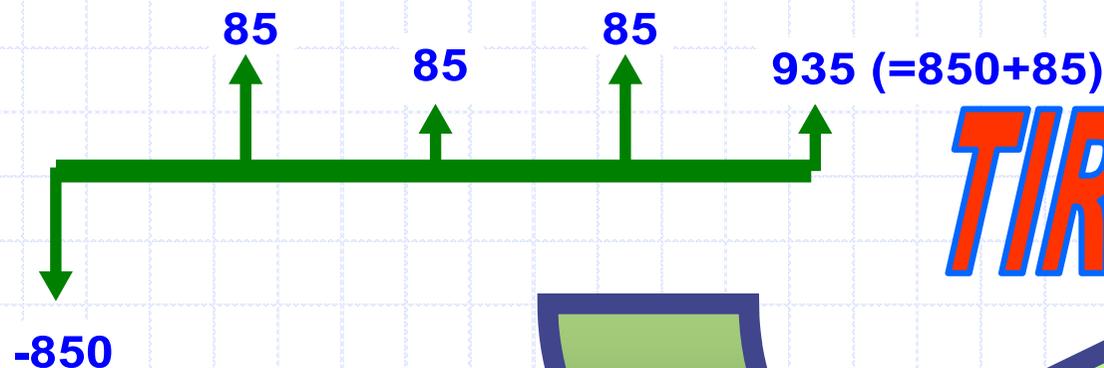
$$CAE_{15\%} = 565,9\$$$

$$CAE_{8\%} = 524,8 \$$$

Si se deposita 850 \$us. al 10% anual de intereses, retirando los intereses ganados cada año y retirar el capital + los intereses al final del 4to.año., se tendría el siguiente flujo monetario.

Los intereses ganados serían:

$$850 * 0,1 = 85$$



TIR = 10,00%

3. Comparación de alternativas por CAUE

La comparación de alternativas por el método del **CAUE** se debe hacer seleccionando la alternativa de **MENOR COSTO**, es decir la más favorable.

Menor Costo

El axioma de esta técnica, radica que su aplicación por medio del **CAUE** considera un ciclo de la alternativa.

Aplicación numérica:

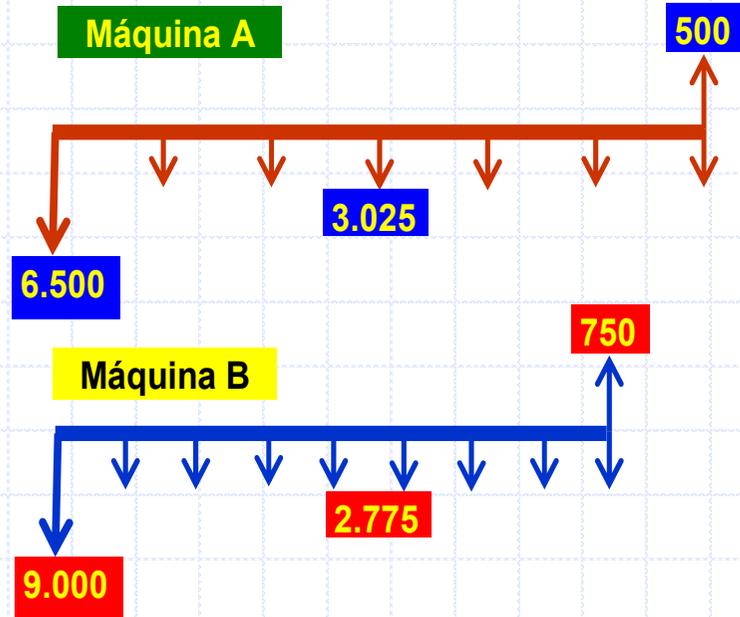
	Máquina A	Máquina B
Costo inicial	6.500	9.000
Costo anual de mntto.	325	75
Costo anual de mano de obra	2.700	1.700
Ingresos adicionales gravables	—	1.000
Valor de salvamento	500	750
Vida útil, años	6	8

TMAR = 15%

**¿Qué máquina se debe seleccionar?.
Aplique el método de amortización de
fondo de salvamento**

	Máquina A	Máquina B
Costo inicial	6.500	9.000
Costo anual de mntto.	325	75
Costo anual de mano de obra	2.700	1.700
Ingresos adicionales gravables	—	1.000
Valor de salvamento	500	750
Vida útil, años	6	8

TMAR = 15%



$$CAUE_A = 6.500 * {}_6FRC_{0.15} - 500 {}_6FFA_{0.15} + 3.025$$

$$CAUE_A = 6.500 \left[\frac{(1.15)^6 * 0.15}{(1.15)^6 - 1} \right] - 500 \left[\frac{0.15}{(1.15)^6 - 1} \right] + 3.025 = 4.601,9$$

$$CAUE_B = 9.000 * {}_8FRC_{0.15} - 750 {}_8FFA_{0.15} + 2.775$$

$$CAUE_B = 9.000 \left[\frac{(1.15)^8 * 0.15}{(1.15)^8 - 1} \right] - 750 \left[\frac{0.15}{(1.15)^8 - 1} \right] + 2.775 = 4.726,0$$

$$CAUE_A < CAUE_B$$

Se debe seleccionar la Máquina A, dado que $4.601,9 < 4.726,0$

4. CAUE de una inversión con vida útil perpetua

- ◆ Algunas veces se debe comparar y seleccionar alternativas de proyectos de inversión que tengan una vida útil perpetua, tales como proyectos de irrigación, proyectos de represas para control de inundaciones, etc.
- ◆ Para estas evaluaciones el costo anual de una inversión con vida útil perpetua es simplemente el interés anual de la inversión inicial.

Aplicación 1. si el gobierno invirtiera 100.000 \$us., en ciertos proyectos de obras públicas, el CAUE de la inversión sería:

$100.000 \times 0.02 = 2000$; si la tasa de interés pasiva fuera del 2%.

Es decir que el gobierno asignaría 100.000 ó 2.000 indefinidamente.

Al asignar 100.000 hoy, el gobierno pierde 2.000 anuales de interés.

Aplicación 2.

Una entidad pública, esta evaluando 2 proyectos para aumentar la capacidad del sistema de irrigación de la zona de Soracachi (Oruro-Bolivia).

El **proyecto "A"** incluye dragar un canal para remover los sedimentos y otros acumulados durante años. Dado que la capacidad del canal debe mantenerse en su máximo debido a la demanda creciente de agua en la zona, la entidad pública pretende comprar un equipo de draga y sus accesorios por 86.000 \$us. Se espera que el equipo tenga una vida útil de 8 años, con un valor de salvamento (VS) de 9.200 \$us, la mano de obra anual y los costos de operación se calculan en 29.000 \$us.

Para controlar las malezas en el canal y a lo largo de las orillas, se hará una operación de fumigación, durante la época de irrigación. El costo anual de esta operación, incluida la mano de obra, sería de 15.000\$us.

El **proyecto "B"** incluye el revestimiento del canal con concreto a un costo inicial de 860.000 \$us. asumiendo que el recubrimiento será permanente, pero se requerirá un menor mantenimiento anual a un costo de 1.000 \$us.

Complementariamente las reparaciones de recubrimiento se tendrán que hacer cada 4 años, a un costo de 8.000 \$us.

Compare las 2 alternativas con el **CAUE** utilizando una tasa de interés del 4%.

Proyecto A:

CAUE para el equipo de draga

$$86.000 * {}_8FRC_{0.04} - 9.200 * {}_8FFA_{0.04} =$$
$$86.000 \left[\frac{(1.04)^8 * 0.04}{(1.04)^8 - 1} \right] - 9.200 \left[\frac{0.04}{(1.04)^8 - 1} \right] = 11.775$$

Costo anual del dragado: 29.000
Costo anual de control de malezas: 5.000
TOTAL PROYECTO A: 55.775

- ◆ Para el **PROYECTO A**, se consideró solamente un ciclo. No existe necesidad de calcular los costos de dragado y de control de malezas debido que están expresados como costos anuales.

Proyecto B:

CAUE de la inversión inicial: $86000(0.04) = 34.400$
Costo anual de mantenimiento: 1.000
Costo de reparación del recubrimiento

$$8.000 {}_4FFA_{0.04} = 8.000 \left[\frac{0.04}{(1.04)^4 - 1} \right] = 1.884$$

TOTAL PROYECTO B: 37.284

- ◆ Para el **PROYECTO B**, el CAUE de la inversión inicial se obtuvo multiplicando por la tasa de interés.
- ◆ Si se incluyeran costos en serie, estos tendrían que convertirse a VP y luego multiplicarse por tasa de interés.
- ◆ El factor de amortización (${}_nFFA_i$) se utilizó en lugar del ${}_nFRC_i$ porque el costo de reparación del recubrimiento comenzó en el año 4 y no en el año cero y continuará indefinidamente a intervalos de 4 años.

SE DEBE SELECCIONAR EL PROYECTO B