

Control de procesos

Históricamente ha evolucionado en dos vertientes:

- ☒ Control automático de procesos (APC) empresas de producción continua (empresas químicas)
- ☒ Control estadístico de procesos (SPC) en sistemas de producción en serie (empresas metalmeccánicas).

Vamos a concentrarnos en el SPC.

1

Control estadístico de procesos

Los objetivos son:

- ☒ Monitorear y vigilar el desempeño del proceso en cuanto a las características de calidad críticas del producto, para así minimizar la producción defectuosa ⇒ Gráficos de Control.
- ☒ Estimar los parámetros del proceso para comparar la producción con las especificaciones ⇒ Estudios de Capacidad.

En ambos casos, se trata de herramientas por y para la mejora continua.

2

Causas de la variabilidad en un proceso

Causas Comunes

- ⌘ Suelen ser muchas y cada una produce pequeñas variaciones.
- ⌘ Son parte permanente del proceso
- ⌘ Son difíciles de eliminar y forman parte del sistema.
- ⌘ Afectan a todo el conjunto de máquinas y operarios

Causas Asignables

- ⌘ Suelen ser pocas pero con efectos importantes en la variabilidad.
- ⌘ Aparecen esporádicamente.
- ⌘ Son relativamente fáciles de eliminar
- ⌘ Por lo general su efecto está localizado en una(s) máquina(s) u operario(s).

3

Definición de proceso bajo control estadístico

- ⌘ Se dice que un proceso está bajo control estadístico cuando solo está afectado por causas comunes de variabilidad. Esto significa que podemos predecir lo que va a suceder con el proceso y sus productos.
- ⌘ A diferencia del APC, en el SPC el significado de "control" está más vinculado con el monitoreo del sistema que con la actuación sobre el mismo.

4

Gráficos de control

- ⌘ Se trata de diagramas en los que se representa el comportamiento de un proceso en el tiempo a través de los valores de un estadístico asociado con una característica de calidad del producto.
- ⌘ Desde el punto de vista estadístico, estos gráficos permiten realizar continuamente pruebas de hipótesis sobre una de las características del proceso.

5

Gráficos de control (cont)

- ⌘ El objetivo de los gráficos de control es facilitar la vigilancia del proceso para así detectar rápidamente la presencia de causas asignables y minimizar la producción defectuosa.
- ⌘ Los diagramas de control están pensados para ser usados directamente por los propios operadores, de modo que las acciones se tomen rápidamente.

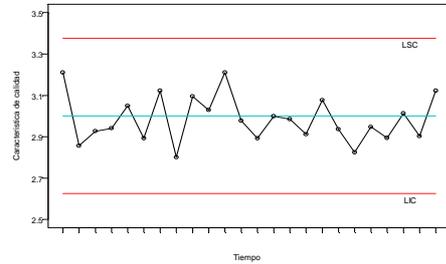
6

Gráficos de control (cont)

⌘ Un gráfico de control se construye a partir de muestras tomadas regularmente en el tiempo, para cada una de las cuales se calcula un estadístico W asociado con un parámetro de la distribución de la característica de calidad. Estos valores se grafican junto con una línea central y un par de líneas de control (superior e inferior).

7

Gráficos de control (cont)



8

Gráficos de control (cont)

- ⌘ Para poder considerar al proceso bajo control, los puntos del gráfico deben estar dentro de los límites de control y presentar comportamiento aleatorio.
- ⌘ Por simplicidad, las líneas suelen escogerse en base a una aproximación normal de W :

$$LC = E(W) \quad LIC = E(W) - 3 \cdot \sqrt{V(W)}$$
$$LSC = E(W) + 3 \cdot \sqrt{V(W)}$$

9

Gráficos de control (cont)

⌘ Los valores de $E(W)$ y $V(W)$ pueden estimarse de la muestra u obtenerse de registros históricos. En el segundo caso, es importante recordar que los límites se refieren al proceso (lo que realmente sucede en planta) y no a las especificaciones de producción (lo que debería suceder en la planta).

10

Gráficos de control (cont)

- ⌘ Las muestras que se obtienen en cada punto de observación deben ser **subgrupos racionales**.
- ⌘ La selección de la frecuencia de muestreo y del tamaño de los subgrupos debe estar basada en los conocimientos que se tengan sobre proceso. Usualmente se recomienda tomar al menos 20 muestras para construir los límites de control.

11

Gráficos de control (cont)

- ⌘ Diagramas para control de variables: se utiliza cuando la característica de calidad puede expresarse como una medida numérica (diámetro de un cojinete, longitud de un eje, etc.)
- ⌘ Diagramas para control de atributos: se utiliza cuando la característica de calidad corresponde a una variable binaria (presencia o no de defectos, etc.)

12

Gráficos de control para variables

- Se supone que la distribución de la característica de calidad es **normal**(μ, σ), al menos aproximadamente. De aquí que se requieran dos gráficos, uno para cada parámetro de la distribución.
- Los pares más comunes son los de medias y desviaciones estándar, los de medias y rangos, y los gráficos para observaciones individuales y rangos móviles.

13

Gráficos de medias y rangos ($\bar{X} - R$)

- Se construye un gráfico para la evolución de las medias de los grupos (asociado con la ubicación de la característica μ) y otro para la evolución de los rangos (asociado con la dispersión de la característica σ).
- Se utilizan los rangos para medir la variabilidad ya que son fáciles de calcular y tienen una eficiencia similar a la desviación estándar para subgrupos pequeños.

14

Pasos para la construcción de gráficos $\bar{X} - R$

- Se toman k muestras de tamaño n (usualmente constante y menor a 7).
- Se calcula la media y el rango de cada muestra:

$$\bar{X}_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_{ij} \quad R_i = \max_j x_{ij} - \min_j x_{ij}$$

- Se estiman los promedios poblacionales

$$\bar{\bar{X}} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \bar{X}_i \quad \bar{R} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k R_i$$

15

Gráficos de medias y rangos ($\bar{X} - R$)

- Para construir los límites de control, recordemos que bajo la suposición de normalidad y control estadístico se tiene

$$E(\bar{X}_i) = \mu \quad SD(\bar{X}_i) = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad E(\bar{R}) = d_2 \sigma$$

$$E(R_i) = d_2 \sigma \quad SD(R_i) = d_3 \sigma \quad E(\bar{R}) = d_2 \sigma$$

- donde d_2 y d_3 son constantes que dependen solo de n y pueden encontrarse en tablas como la que se presenta a continuación.

16

Gráficos de medias y rangos ($\bar{X} - R$)

- La tabla de la derecha muestra el valor de las constantes d_2 , d_3 , A_2 , D_3 y D_4 para distintos tamaños de los subgrupos racionales.

| n | d2 | A2 | d3 | D3 | D4 |
|----|-------|-------|-------|-------|-------|
| 2 | 1.128 | 1.880 | 0.853 | 0.000 | 3.267 |
| 3 | 1.693 | 1.023 | 0.888 | 0.000 | 2.575 |
| 4 | 2.059 | 0.729 | 0.880 | 0.000 | 2.282 |
| 5 | 2.226 | 0.577 | 0.864 | 0.000 | 2.115 |
| 6 | 2.334 | 0.483 | 0.848 | 0.000 | 2.004 |
| 7 | 2.404 | 0.419 | 0.833 | 0.076 | 1.924 |
| 8 | 2.447 | 0.373 | 0.820 | 0.136 | 1.864 |
| 9 | 2.470 | 0.337 | 0.808 | 0.187 | 1.816 |
| 10 | 2.478 | 0.308 | 0.797 | 0.223 | 1.777 |
| 11 | 2.473 | 0.285 | 0.787 | 0.256 | 1.744 |
| 12 | 2.458 | 0.266 | 0.778 | 0.284 | 1.716 |
| 13 | 2.436 | 0.249 | 0.770 | 0.308 | 1.692 |
| 14 | 2.407 | 0.235 | 0.763 | 0.329 | 1.671 |
| 15 | 2.472 | 0.223 | 0.756 | 0.348 | 1.652 |
| 16 | 2.522 | 0.212 | 0.750 | 0.360 | 1.636 |
| 17 | 2.588 | 0.203 | 0.744 | 0.379 | 1.621 |
| 18 | 2.640 | 0.194 | 0.739 | 0.392 | 1.608 |
| 19 | 2.689 | 0.187 | 0.734 | 0.404 | 1.596 |
| 20 | 2.735 | 0.180 | 0.729 | 0.414 | 1.586 |
| 21 | 2.778 | 0.173 | 0.724 | 0.425 | 1.575 |
| 22 | 2.819 | 0.167 | 0.720 | 0.434 | 1.566 |
| 23 | 2.858 | 0.162 | 0.716 | 0.443 | 1.557 |
| 24 | 2.895 | 0.157 | 0.712 | 0.452 | 1.548 |
| 25 | 2.931 | 0.153 | 0.708 | 0.459 | 1.541 |

17

Gráficos de medias y rangos ($\bar{X} - R$)

- Si se conocen μ y σ , estos se pueden usar para calcular los límites de control:

Medias

$$LSC = \mu + A\sigma \quad LC = \mu \quad LIC = \mu - A\sigma$$

Rangos

$$LSC = D_2 \bar{R} \quad LC = d_2 \sigma \quad LIC = D_1 \bar{R}$$

donde

$$A = \frac{3}{\sqrt{n}} \quad D_1 = d_2 - 3d_3 \quad D_2 = d_2 + 3d_3$$

18

Gráficos de medias y rangos ($\bar{X} - R$)

⌘ Si no se conocen μ y σ (lo más común) deben estimarse a partir de los datos.

☒ Para las medias

$$LSC = \bar{\bar{X}} + A_2 \bar{R} \quad LC = \bar{\bar{X}} \quad LIC = \bar{\bar{X}} - A_2 \bar{R}$$

☒ Para los rangos

$$LSC = D_4 \bar{R} \quad LC = \bar{R} \quad LIC = D_3 \bar{R}$$

donde

$$A_2 = \frac{3}{d_2 \sqrt{n}} \quad D_3 = 1 - 3 \frac{d_3}{d_2} \quad D_2 = 1 + 3 \frac{d_3}{d_2}$$

19

Gráficos de medias y rangos ($\bar{X} - R$)

⌘ ¿Puede justificar estas selecciones para los límites de control?

⌘ Lo más común es trabajar con n fijo para todos los subgrupos, sin embargo en algunos casos esto no es posible. ¿Cómo quedarían los límites de control en ese caso?

20

Gráficos de medias y rangos (cont)

Ejemplo 1.- Se muestran datos correspondientes a la apertura del alabe (en milímetros) para un componente de la turbina de un avión. Se pueden ver los cálculos preliminares en la misma tabla.

| Muestra | Observaciones en la muestra | Media | Rango |
|------------|-------------------------------|-------|-------|
| 1 | 33,00 29,00 31,00 32,00 33,00 | 31,60 | 4,00 |
| 2 | 33,00 31,00 35,00 37,00 31,00 | 33,40 | 6,00 |
| 3 | 35,00 37,00 33,00 34,00 36,00 | 35,00 | 4,00 |
| 4 | 30,00 31,00 33,00 34,00 33,00 | 32,20 | 4,00 |
| 5 | 33,00 34,00 35,00 33,00 34,00 | 33,80 | 2,00 |
| 6 | 38,00 37,00 39,00 40,00 38,00 | 38,40 | 3,00 |
| 7 | 30,00 31,00 32,00 34,00 31,00 | 31,60 | 4,00 |
| 8 | 29,00 39,00 38,00 39,00 39,00 | 36,80 | 10,00 |
| 9 | 28,00 33,00 35,00 36,00 43,00 | 35,00 | 15,00 |
| 10 | 38,00 33,00 32,00 35,00 32,00 | 34,00 | 6,00 |
| 11 | 28,00 30,00 28,00 32,00 31,00 | 29,80 | 4,00 |
| 12 | 31,00 35,00 35,00 35,00 34,00 | 34,00 | 4,00 |
| 13 | 27,00 32,00 34,00 35,00 37,00 | 33,00 | 10,00 |
| 14 | 33,00 33,00 35,00 37,00 36,00 | 34,80 | 4,00 |
| 15 | 35,00 37,00 32,00 35,00 39,00 | 35,60 | 7,00 |
| 16 | 33,00 33,00 27,00 31,00 30,00 | 30,80 | 6,00 |
| 17 | 35,00 34,00 34,00 30,00 32,00 | 33,00 | 5,00 |
| 18 | 32,00 33,00 30,00 30,00 33,00 | 31,60 | 3,00 |
| 19 | 25,00 27,00 34,00 27,00 28,00 | 28,20 | 9,00 |
| 20 | 35,00 35,00 36,00 33,00 30,00 | 33,80 | 6,00 |
| Promedios: | | 33,32 | 5,80 |

21

Gráficos de medias y rangos (cont)

Los límites de control son, en este caso,

☒ Para el gráfico de medias:

$$LIC = \bar{\bar{X}} - A_2 \bar{R} = 33,32 - 0,577 \cdot 5,8 = 29,95$$

$$LSC = \bar{\bar{X}} + A_2 \bar{R} = 33,32 + 0,577 \cdot 5,8 = 36,65$$

$$LC = 33,32$$

☒ Para el gráfico de rangos

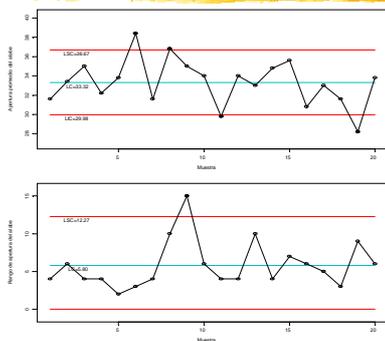
$$LIC = D_3 \bar{R} = 2,115 \cdot 5,8 = 12,27$$

$$LSC = D_4 \bar{R} = 0 \cdot 5,8 = 0$$

$$LC = 5,8$$

22

Gráficos de medias y rangos (cont)



23

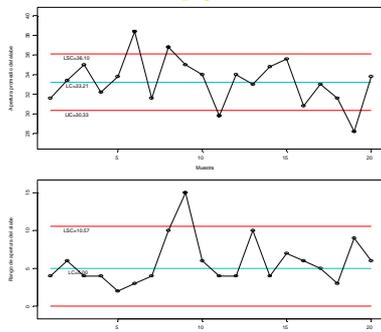
Gráficos de medias y rangos (cont)

⌘ Las muestras 6, 8, 11 y 19 están fuera de control en gráfico de medias y la 9 lo está en el gráfico de rangos.

⌘ Cuando se estudian las causas asignables, estas llevan a una herramienta defectuosa en el área de moldeo. Los límites deben ser recalculados excluyendo estas observaciones atípicas, obteniéndose así un nuevo gráfico.

24

Gráficos de medias y rangos (cont)



25

Gráficos de medias y desviaciones estándar ($\bar{X} - s$)

- ⌘ El utiliza el mismo gráfico de medias anterior, pero ahora se estudia la dispersión usando un gráfico de las desviaciones standard de cada subgrupo.
- ⌘ La desviación muestral es un mejor estimador de la variabilidad, pero más difícil de calcular. Se prefiere en procesos con subgrupos racionales grandes (10 o más) o en procesos automatizados.

26

Pasos para la construcción de gráficos $\bar{X} - s$

- ⌘ Se toman k muestras de tamaño n .
- ⌘ Se calcula la media y la desviación standard de cada muestra:

$$\bar{X}_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_{ij} \quad S_i = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (x_{ij} - \bar{X}_i)^2}{n-1}}$$

- ⌘ Se calculan los parámetros poblacionales.

$$\bar{\bar{X}} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \bar{X}_i \quad \bar{S} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k S_i$$

27

Pasos para la construcción de gráficos $\bar{X} - s$

- ⌘ Para calcular los límites de control necesitamos conocer la esperanza y la varianza de estos estimadores:

$$E(\bar{X}_i) = \mu \quad SD(\bar{X}_i) = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad E(\bar{X}) = \mu$$

$$E(S_i) = c_4 \sigma \quad SD(S_i) = \sqrt{1 - c_4^2} \sigma \quad E(\bar{S}) = c_4 \sigma$$

donde de nuevo c_4 depende solo de n puede obtenerse de tablas.

28

Pasos para la construcción de gráficos $\bar{X} - s$

- ⌘ Si se conocen μ y σ el cálculo de los límites de control es muy sencillo:

- ☑ Para las medias:

$$LSC = \mu + A\sigma \quad LC = \mu \quad LIC = \mu - A\sigma$$

- ☑ Para las desviaciones estándar:

$$LSC = B_6 \bar{R} \quad LC = c_4 \sigma \quad LIC = B_5 \bar{R}$$

$$A = \frac{3}{\sqrt{n}} \quad B_5 = c_4 - 3\sqrt{1 - c_4^2} \quad B_6 = c_4 + 3\sqrt{1 - c_4^2}$$

29

Pasos para la construcción de gráficos $\bar{X} - s$

- ⌘ Cuando no se conocen los valores de μ y σ los mismos se calculan a partir de los datos para obtener los límites de control

- ☑ Para el gráfico de medias:

$$LSC = \bar{\bar{X}} + A_3 \bar{S} \quad LC = \bar{\bar{X}} \quad LIC = \bar{\bar{X}} - A_3 \bar{S}$$

- ☑ Para el gráfico de desviaciones estándar:

$$LSC = B_4 \bar{S} \quad LC = \bar{S} \quad LIC = B_3 \bar{S}$$

$$A_3 = \frac{3}{c_4 \sqrt{n}} \quad B_3 = 1 - 3 \frac{\sqrt{1 - c_4^2}}{c_4} \quad B_4 = 1 + 3 \frac{\sqrt{1 - c_4^2}}{c_4}$$

30

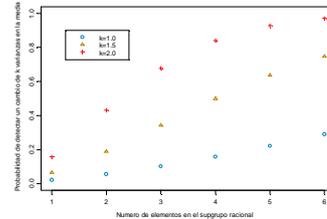
Pasos para la construcción de gráficos $\bar{X} - s$

⌘ **Tabla 2.-** La tabla de la derecha muestra el valor de las constantes c_{4r} , A_{3r} , B_3 y B_4 para distintos tamaños de los subgrupos racionales.

| n | c_{4r} | A_{3r} | B_3 | B_4 |
|-----|----------|----------|--------|--------|
| 2 | 0,7979 | 2,6590 | 0,0000 | 3,2670 |
| 3 | 0,8862 | 1,9540 | 0,0000 | 2,5680 |
| 4 | 0,9213 | 1,6280 | 0,0000 | 2,2660 |
| 5 | 0,9400 | 1,4270 | 0,0000 | 2,0890 |
| 6 | 0,9515 | 1,2870 | 0,0300 | 1,9700 |
| 7 | 0,9594 | 1,1820 | 0,1180 | 1,8820 |
| 8 | 0,9650 | 1,0990 | 0,1850 | 1,8150 |
| 9 | 0,9693 | 1,0320 | 0,2390 | 1,7610 |
| 10 | 0,9727 | 0,9750 | 0,2840 | 1,7160 |
| 11 | 0,9754 | 0,9270 | 0,3210 | 1,6790 |
| 12 | 0,9776 | 0,8860 | 0,3540 | 1,6460 |
| 13 | 0,9794 | 0,8500 | 0,3820 | 1,6180 |
| 14 | 0,9810 | 0,8170 | 0,4000 | 1,5940 |
| 15 | 0,9823 | 0,7890 | 0,4280 | 1,5720 |
| 16 | 0,9835 | 0,7630 | 0,4480 | 1,5520 |
| 17 | 0,9845 | 0,7390 | 0,4660 | 1,5340 |
| 18 | 0,9854 | 0,7180 | 0,4820 | 1,5180 |
| 19 | 0,9862 | 0,6990 | 0,4970 | 1,5030 |
| 20 | 0,9869 | 0,6800 | 0,5100 | 1,4900 |
| 21 | 0,9876 | 0,6630 | 0,5230 | 1,4770 |
| 22 | 0,9882 | 0,6470 | 0,5340 | 1,4660 |
| 23 | 0,9887 | 0,6330 | 0,5450 | 1,4550 |
| 24 | 0,9892 | 0,6190 | 0,5550 | 1,4450 |
| 25 | 0,9896 | 0,6060 | 0,5650 | 1,4350 |

Gráficos para observaciones individuales (I)

⌘ En general, es preferible utilizar más de una observaciones para estimar el estado del proceso en cada instante de tiempo.



32

Gráficos para observaciones individuales (I) (cont)

⌘ Sin embargo, en algunos procesos no es posible obtener más de una observación:

- ☒ Debido a la forma del proceso, donde las condiciones cambian con cada producto.
- ☒ Donde se quiere comparar cada producto con la especificación (se producen pocos artículos y son muy caros).
- ☒ En procesos continuos, donde no hay individuos.

33

Gráficos para observaciones individuales (I) (cont)

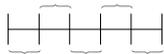
⌘ Cuando solo se dispone de una observación en cada instante es necesario modificar los diagramas anteriores ya que ni podemos promediar en cada punto ni es posible obtener estimaciones de la variabilidad en cada instante.

⌘ Así, el gráfico de medias se sustituye por el gráfico de las observaciones y el de rangos por el de rangos móviles.

34

Gráficos para observaciones individuales I (cont)

⌘ El rango móvil utiliza la información de las últimas w observaciones para estimar la variabilidad.



Para $w = 2$

⌘ Estos gráficos son más susceptibles a alteraciones en la hipótesis de normalidad de la característica de calidad. ¿Puede explicar por qué?

35

Pasos para la construcción de gráficos I

⌘ Se toma una observación para cada uno de k puntos en el tiempo.

⌘ Para cada instante se calcula el rango móvil basado en w observaciones, definido por

$$R_i = \max_{i \leq j \leq i+w-1} x_j - \min_{i \leq j \leq i+w-1} x_j, \quad 1 \leq i \leq k-w+1$$

⌘ Se estiman los parámetros poblacionales

$$\bar{X} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k x_i \quad R = \frac{1}{k-w+1} \sum_{i=1}^k R_i$$

36

Pasos para la construcción de gráficos I (cont)

⌘ Los límites de control y línea central son:

☑ Para el gráfico de medias:

$$LSC = \bar{X} + 3\bar{R}/d_2 \quad LC = \bar{X} \quad LIC = \bar{X} - 3\bar{R}/d_2$$

☑ Para el gráfico de rangos:

$$LSC = D_4\bar{R} \quad LC = \bar{R} \quad LIC = D_3\bar{R}$$

⌘ Para obtener d_2, D_3, D_4 y se utiliza la tabla 1 con $n = w$. Usualmente se escoge $w = 2$ por simplicidad.

37

Otros gráficos para control de variables

⌘ Diagramas de sumas acumulativas (CUSUM), los cuales permiten detectar más rápidamente cambios en la media de una variable.

⌘ Gráficos de medias móviles pesadas exponencialmente (EWMA), para procesos donde las observaciones no son independientes (procesos continuos).

38

Gráficos de control para atributos

⌘ Se consideran dos situaciones:

☑ Nos interesa la presencia o ausencia del atributo en el individuo, o se trata de un atributo que solo puede presentarse una vez (un fusible está quemado o no) \Rightarrow Diagrama p.

☑ Nos interesa contar el número de veces que se presenta el atributo en cada individuo (poros en una superficie plástica extruida) \Rightarrow Diagramas u.

39

Gráficos para control de proporciones (p)

⌘ Se utiliza para atributos binarios, y por tanto el número de ocurrencias del mismo en un lote puede modelarse por una v.a. Binomial. Así, basta con un gráfico que corresponde a la proporción p de defectuosos en la muestra.

⌘ El otro parámetro de la distribución (n), puede ser constante o no y es conocido.

40

Pasos para la construcción de gráficos p

⌘ Se toman k muestras cada una de tamaño n_i (n_i suele escogerse de manera que se presenten por lo menos tres o cuatro defectos).

⌘ Se calcula la fracción de individuos con el atributo en la muestra p_i .

$$p_i = \frac{e_i}{n_i} = \frac{\text{Número de artículos defectuosos en el grupo}}{\text{Número de artículos en el grupo}}$$

⌘ Se grafican los valores de p_i en el tiempo.

41

Pasos para la construcción de gráficos p (cont)

⌘ Se estima el parámetro poblacional

$$\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^k n_i p_i}{\sum_{i=1}^k n_i} = \frac{\text{Total de artículos defectuosos}}{\text{Total de artículos muestreados}}$$

⌘ Se obtienen y grafican los límites de control y la línea central.

$$LSC = \min \left\{ \bar{p} + 3 \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n_i}}, 1 \right\} \quad LIC = \max \left\{ \bar{p} - 3 \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n_i}}, 0 \right\}$$

$$LC = \bar{p}$$

42

Gráficos para control para cantidades (u)

- El interés se centra ahora en c_i , el número de veces que el atributo se presenta en cada individuo (no solo su presencia).
- Si se supone que la tasa de ocurrencia de los eventos que generan el atributo es constante entonces es razonable asumir que la v.a. sigue una distribución de Poisson, y por tanto, hay que monitorear un solo parámetro (λ).

43

Pasos para la construcción de gráficos u

- Se toman n_i individuos (con n_i tal que se presente el atributo alrededor de 10 veces) en cada uno de k puntos en el tiempo.
- Se calcula el número promedio de defectos en cada instante:

$$\lambda_i = \frac{c_i}{n_i} = \frac{\text{Veces en que se presenta el atributo en el grupo}}{\text{Número de artículos en el grupo}}$$
- Se grafican los valores de λ_i en el tiempo.

44

Pasos para la construcción de gráficos u (cont)

- Se estima el parámetro poblacional

$$\bar{\lambda} = \frac{\sum_{i=1}^k c_i}{\sum_{i=1}^k n_i} = \frac{\text{Total de defectos}}{\text{Total de artículos muestreados}}$$

- Se obtienen y grafican los límites de control y la línea central.

$$LSC = \bar{\lambda} + 3\sqrt{\frac{\bar{\lambda}}{n_i}} \quad LC = \bar{\lambda} \quad LIC = \bar{\lambda} - 3\sqrt{\frac{\bar{\lambda}}{n_i}}$$

45

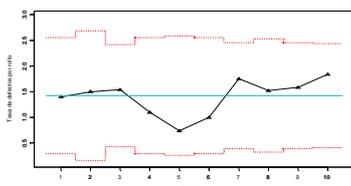
Ejemplo de gráficos u

- Ejemplo 2:** En una línea de estampado de telas, se toman rollos de 50 metros de tela y se cuenta en cada uno de ellos el número de manchas de pintura que se presentan. Los resultados para 10 muestras se muestran a continuación:

| Muestra | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | Total |
|---------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|
| Defectos | 14 | 12 | 20 | 11 | 7 | 10 | 21 | 16 | 19 | 23 | 153 |
| Num de rollos | 10,0 | 8,0 | 13,0 | 10,0 | 9,5 | 10,0 | 12,0 | 10,5 | 12,0 | 12,5 | 107,5 |
| λ | 1,40 | 1,50 | 1,54 | 1,10 | 0,74 | 1,00 | 1,75 | 1,52 | 1,58 | 1,84 | 1,42 |

46

Ejemplo de gráficos u (cont)



El gráfico muestra un proceso claramente bajo control.

47

Ejemplo de gráficos u (cont)

- En este caso una "unidad" corresponde a un rollo de tela de 50 metros cuadrados. Otra elección adecuada para la unidad sería simplemente los metros cuadrados. ¿Cómo quedaría el gráfico de control en ese caso? ¿Proveen la misma información ambos gráficos?

48

Gráficos u y el sistema de deméritos

⌘ En algunos casos no todos los tipos de defectos que pueden presentar las piezas tienen la misma gravedad. En ese caso hay dos opciones:

- ☒ Construir un gráfico u para cada uno de los tipos de defectos.
- ☒ Asignar un "puntaje" a cada tipo de defecto dependiendo de su gravedad y luego graficar un índice promediado de los defectos.

49

Gráficos p y el sistema de deméritos (cont)

| Defecto | Grave | Normal | Leve |
|-----------|-------|--------|------|
| Deméritos | 10 | 5 | 1 |
| #/unidad | x3 | x2 | x1 |

⌘ En este caso se construye un gráfico muy similar al gráfico u, pero donde la variable de interés no es el número de defectos sino el total de deméritos por unidad:

$$d = x_1 + 5x_2 + 10x_3$$

¿cómo hallar la esperanza y la varianza de d ?

50

Otros gráficos para control de atributos

- ⌘ Gráficos np para control del **número de defectuosos**. Se utilizan en las mismas circunstancias que los gráficos p, pero necesitan que el número de individuos muestreados sea constante en el tiempo.
- ⌘ Gráficos c para control de la cantidad de defectos, que son un caso particular de los gráficos u. También suponen un número de individuos fijo en el tiempo

51

Variaciones sobre los gráficos de control

- ⌘ Construcción de límites de control en base a valores históricos de los parámetros.
- ⌘ Construcción probabilística de los límites de control. Aunque en la mayor parte de los casos los límites son aproximadamente iguales a los límites probabilísticos, para muestras pequeñas es posible mejorar.

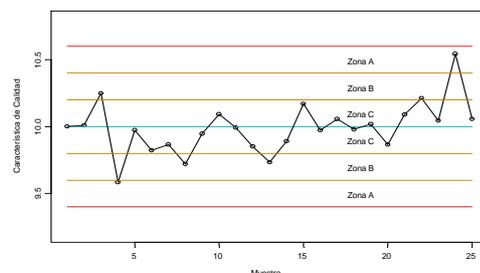
52

Interpretación de los gráficos de control

- ⌘ Necesitamos determinar si el proceso está bajo control, lo cual se traduce en que los puntos mostrados estén dentro de los límites de control y presenten un comportamiento aleatorio.
- ⌘ Para esto se utilizan una serie de reglas empíricas, cuya presentación se facilita si el área dentro de los límites de control se divide en regiones iguales.

53

Interpretación de los gráficos de control (cont)



54

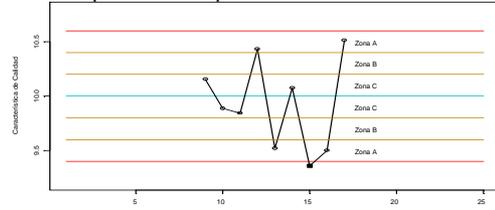
Interpretación de los gráficos de control (cont)

- ⌘ A las reglas empíricas que se utilizan para determinar si un proceso está bajo control se les suele denominar reglas de parada.
- ⌘ Corresponden a sucesos que tienen muy baja probabilidad de ocurrir si el proceso está bajo control.
- ⌘ Cada una de ellas provee información sobre el tipo de causa asignable que puede estar afectando al proceso.

55

Reglas de parada

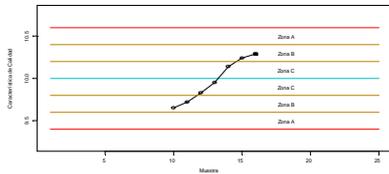
- ⌘ **Un punto fuera de la zona A.** Corresponde a un cambio repentino en la media o la dispersión del proceso.



56

Reglas de parada

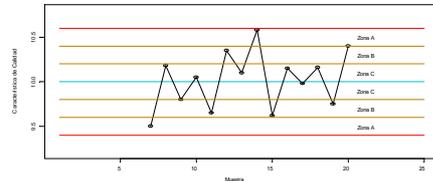
- ⌘ **Siete puntos en fila, todos crecientes o decrecientes.** Se presenta cuando hay cambios paulatinos en la media, debida a desgastes en herramientas o personal.



57

Reglas de parada (cont)

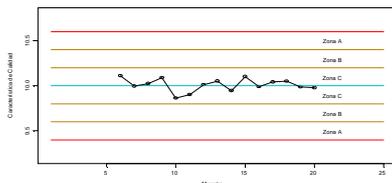
- ⌘ **Catorce puntos en fila alternando arriba y abajo.** Indica correlación negativa entre los datos (cuando hay excesos en una, a la siguiente pieza es muy reducida y viceversa).



58

Reglas de parada (cont)

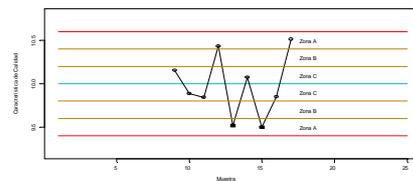
- ⌘ **Quince puntos en fila en la zona C.** El proceso ha reducido su varianza (hay sobreestabilidad en el sistema). Es importante investigar la fuente de la mejora.



59

Reglas de parada (cont)

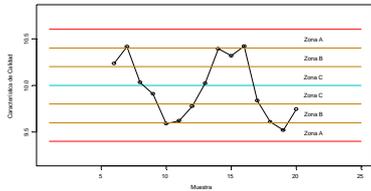
- ⌘ **Dos de tres puntos consecutivos en la zona A o más allá.** Indican un incremento en la varianza del proceso.



60

Reglas de parada (cont)

⌘ **Estructuras periódicas.** Estas están asociadas normalmente con cambios de turnos, operarios, días de la semana, etc.



61

Reglas de parada (cont)

⌘ Nunca trate de explicar la influencia de todos y cada uno de los eventos que ocurren en la planta a través de gráficos de control. El procedimiento correcto es detectar ALARMAS y luego usar los registros de eventos para determinar si corresponden a causas asignables o a causas comunes.

62

Interpretación de los gráficos de control (cont)

⌘ El cálculo del nivel de significancia para las reglas de parada que se establezcan es importante para un correcto análisis. Un punto que incumple una regla de parada es una ALARMA pero no necesariamente significa que nuestro proceso está fuera de control, ya que si no podemos ligarlo a una causa asignable puede tratarse del azar.

63

Ejemplos adicionales

⌘ **Ejemplo 3.-** Dentro de un proceso de moldeo de PVC las piezas elaboradas pueden presentar o no defectos superficiales. Cada día se toman 100 piezas al azar de la línea de producción y se cuenta el número de piezas defectuosas.

| Día | Defectos | Día | Defectos |
|-----|----------|-----|----------|
| 1 | 9 | 16 | 9 |
| 2 | 16 | 17 | 5 |
| 3 | 5 | 18 | 6 |
| 4 | 6 | 19 | 4 |
| 5 | 7 | 20 | 11 |
| 6 | 9 | 21 | 3 |
| 7 | 3 | 22 | 1 |
| 8 | 9 | 23 | 3 |
| 9 | 10 | 24 | 0 |
| 10 | 4 | 25 | 4 |
| 11 | 7 | 26 | 6 |
| 12 | 10 | 27 | 1 |
| 13 | 6 | 28 | 6 |
| 14 | 6 | 29 | 5 |
| 15 | 7 | 30 | 4 |

64

Ejemplos adicionales (cont)

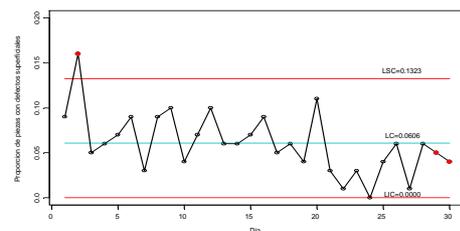
También se dispone de un registro de eventos en la línea, que puede resumirse como:

| Día | Evento |
|-----|---|
| 5 | Reemplazo de la mezcladora. |
| 10 | Nuevo empleado asume la operación del proceso. |
| 18 | Se comenzó a utilizar resina (materia prima) de otro proveedor. |
| 22 | Sustitución del sistema de enfriamiento, lo que permitió un incremento en la temperatura de inyección de PVC. |

65

Ejemplos adicionales (cont)

El gráfico p correspondiente a estos datos es el siguiente



66

Ejemplos adicionales (cont)

- ⌘ Si bien el punto 2 aparece fuera de los límites, no existe en el registro ningún evento que nos haga creer que el proceso se encontraba fuera de control.
- ⌘ Al llegar al punto 29 se presenta una racha de 9 puntos bajo la línea central (lo cual tiene una probabilidad de 0,00195 en un proceso bajo control). Esto se puede relacionar con el cambio en el sistema de enfriamiento (día 22). El 30 es similar.

67

Ejemplos adicionales (cont)

- ⌘ Nuestra conclusión es que la temperatura de inyección influye sobre la frecuencia en que aparecen defectos superficiales. El cambio del sistema de enfriamiento permitió elevar la temperatura, lo cual redujo el número de defectos.
- ⌘ Para avalar nuestra observación se podría haber realizado una prueba de igualdad de proporciones.

68

Tolerancias y capacidad

- ⌘ La literatura suele distinguir entre dos tipos de tolerancias:
 - ☒ Tolerancias de diseño: las cuales son fijadas por el departamento de ingeniería. Están relacionadas con el concepto de calidad en el diseño.
 - ☒ Tolerancias de naturales: que vienen dadas por las características de la máquina o proceso.

69

Tolerancias y capacidad (cont)

- ⌘ Si las tolerancias naturales de un proceso son más estrictas que las tolerancias de diseño entonces es fácil obtener calidad de conformidad.
- ⌘ Sin embargo, si las tolerancias de diseño se vuelven incompatibles con las tolerancias naturales de nuestro proceso, muy difícilmente lograremos elaborar productos que las satisfagan.

70

Tolerancias y capacidad (cont)



- ⌘ Las tolerancias de diseño deben ser realistas: deben representar un compromiso entre el mercado y nuestro sistema de producción.

71

Estudios de capacidad

- ⌘ Su objetivo es cuantificar la variabilidad inherente a un proceso o a una parte del mismo (determinar tolerancias naturales) y analizar dicha variabilidad en relación con las especificaciones del producto (tolerancias de diseño).
- ⌘ No tiene sentido hablar de capacidad para procesos que no se encuentran en estado de control.

72

Estudios de capacidad (cont)

- ⌘ Los objetivos que se pueden perseguir a la hora de realizar un estudio de capacidad pueden ser diversas:
 - ☑ Determinar si nuestros procesos son capaces de elaborar productos con la calidad que requiere el mercado. Esto permite detectar la necesidad de acciones drásticas.
 - ☑ Determinar valores "razonables" para las especificaciones de un producto nuevo.
 - ☑ Elegir entre diversos proveedores.

73

Estudios de capacidad (cont)

- ⌘ En la industria a veces se habla de dos tipos de capacidad
 - ☑ Capacidad de las máquinas (u operarios) o capacidad a corto plazo.
 - ☑ Capacidad del proceso o capacidad a largo plazo.
- ⌘ Los requisitos de capacidad a corto plazo suelen ser más exigentes que los de largo plazo, ¿puede decir por qué?

74

Estudios de capacidad (cont)

- ⌘ Se dice que un proceso es capaz para producir un determinado artículo a un nivel de calidad α si la probabilidad de que los productos que se elaboran correspondan con las especificaciones es al menos α .
- ⌘ Esta concepción está ligada a una función de utilizada 0-1.

75

Estudios de capacidad (cont)

- ⌘ El resultado de un estudio de capacidad suele presentarse en la forma de un histograma al cual se le añaden indicaciones sobre el valor objetivo de la característica de calidad y los límites de especificación de la misma. También pueden utilizarse los diagramas de control.
- ⌘ Además, suelen utilizarse algunos índices para facilitar el análisis.

76

Indices de capacidad

- ⌘ Si los procesos están centrados:
 - ☑ Capacidad de máquinas $C_m = \frac{LST - LIT}{8\sigma}$
 - ☑ Capacidad de procesos $C_p = \frac{LST - LIT}{6\sigma}$
- ⌘ Los valores de 6σ y 8σ se han fijado de modo que la conformidad sea de al menos 99.865% y 99.997% si los datos provienen de una distribución normal.

77

Indices de capacidad (cont)

- ⌘ Ciertas industrias (aviación, automóviles) utilizan otros valores como 10σ y 12σ .
- ⌘ Se desea que el índice de capacidad sea tan grande como sea posible:
 - ☑ Si $C_p < 1$ se dice que el proceso no es capaz.
 - ☑ Si $1 < C_p < 1.33$ el proceso es capaz, pero cualquier pequeño cambio en las condiciones puede hacer que pierda esta cualidad.
 - ☑ Si $C_p > 1.33$ el proceso es capaz y robusto.

78

Indices de capacidad (cont)

⌘ Cuando el proceso no está centrado se hace necesario redefinir los índices.

☒ Para máquinas:

$$C_{mk} = \min\left\{\frac{LST - \bar{X}}{4\sigma}, \frac{\bar{X} - LIT}{4\sigma}\right\}$$

☒ Para procesos:

$$C_{pk} = \min\left\{\frac{LST - \bar{X}}{3\sigma}, \frac{\bar{X} - LIT}{3\sigma}\right\}$$

79

Indices de capacidad (cont)

⌘ Puede comprobarse fácilmente que

$$C_{mk} \leq C_m \quad \text{y} \quad C_{pk} \leq C_p$$

y que la igualdad se cumple si y solo si el proceso está centrado. Además, entre mayor es la diferencia, mayor es el descentramiento

⌘ Los índices C_{mk} y C_{pk} pueden interpretarse como la capacidad hasta la tolerancia más próxima.

80

Indices de capacidad (cont)

⌘ De hecho, la misma idea sobre la que se basan estos índices puede utilizarse en el caso de especificaciones unilaterales. ¿Cómo podría hacerlo?

⌘ En algunos casos se estudia la evolución de la capacidad del proceso en el tiempo mediante gráficos de control.

81

Capacidad y falta de normalidad

⌘ Si la distribución de los datos no es normal, es posible que aparezcan más defectos de los que se esperan bajo un índice de normalidad.

⌘ Una forma de corregir el problema es hallar límites universales (desigualdad de Chebyshev), pero estos tenderán a ser demasiado amplios.

⌘ Otra forma es ajustar una distribución.

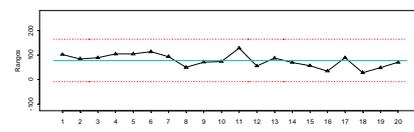
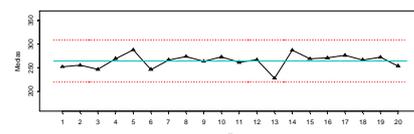
82

Ejemplos

⌘ **Ejemplo 5:** Se tienen datos sobre la resistencia a la presión interna de botellas para gaseosas en 20 muestras de 5 observaciones cada una. Los gráficos de control correspondientes pueden verse a continuación. Las especificaciones para el proceso establecen que la resistencia debe ser superior a 200, y no se establecen valores máximos.

83

Ejemplos (cont)



84

Ejemplos (cont)

⌘ De las gráficas es claro que el proceso está bajo control. Por tanto podemos estimar la variabilidad natural del proceso debida a causas comunes como:

$$\sigma = \frac{\bar{R}}{d_2} = \frac{77,3}{2,326} = 33,23$$

y la localización del proceso como

$$\mu = \bar{\bar{X}} = 264,06$$

85

Ejemplos (cont)

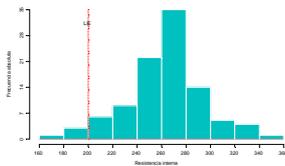
⌘ Nótese que el límite de especificación es unilateral (botellas con mucha resistencia no son de ningún modo defectuosas). Así pues:

$$C_{pkl} = \frac{\mu - LIT}{3\sigma} = \frac{264,06 - 200}{3 \cdot 33,23} = 0,64$$

Lo cual es un valor muy bajo, especialmente si consideramos que se trata de un parámetro relacionado con la seguridad.

86

Ejemplos (cont)



⌘ La muestra presenta un 3% de observaciones fuera de especificación, en línea con el 2,6% que se espera de la aproximación normal. ¿Cómo se obtiene este último número?

87

Ejemplos (cont)

⌘ Este es un ejemplo de un proceso bajo control (estable) pero que funciona a un nivel de calidad inaceptable (capacidad insuficiente).

⌘ La producción de artículos defectuosos en este caso no puede ser controlada por el operario ya que solo están presentes causas comunes. Es necesaria la intervención de la gerencia.

88

Ejemplos (cont)

⌘ De hecho, es fácil calcular el nivel de variabilidad aceptable para el proceso. Si se desea un índice de capacidad de 1,33 entonces

$$\sigma < \frac{\mu - LIT}{3 \cdot 1,33} = \frac{264,06 - 200}{3 \cdot 1,33} = 16,055$$

es decir, se hace necesario cortar la dispersión a menos de la mitad.

89